APRIL/MAY 2024

FAMA25C — MATHEMATICS II (Allied)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai

1. Prove that $\cosh^2 x + \sinh^2 x = \cosh 2x$.

   $\cosh^2 x + \sinh^2 x = \cosh 2x$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

2. Find the real and imaginary parts of $Log(a+ib)$.

   $Log(a+ib)$ இன் மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளைக் கண்டறியவும்.

3. Eliminate f and φ from $z = f(x+ay)+\varphi(x-ay)$.

   $z = f(x+ay)+\varphi(x-ay)$ இலிருந்து f மற்றும் φ ஐ நீக்கவும்.

4. Solve $pq + p + q = 0$.

   $pq + p + q = 0$ ஐத் தீர்க்கவும்.

5. Find the divergence of $x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$.

   $x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ இன் விலகலைக் காண்க.

6. If $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, find n so that $r^n\vec{r}$ is solenoidal.

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ எனில், $r^n\vec{r}$ வரிச்சுருள் எனில் n ஐக் காண்க.

7. Evaluate by Green's theorem $\int_C (xy + x^2)dx + (x^2 + y^2)dy$, where C is the square formed by the lines $x = -1, x = 1, y = -1, y = 1$ in the xoy plane.

Green தேற்றத்தை பயன்படுத்தி விவரிக்கவும். $\int_C (xy + x^2)dx + (x^2 + y^2)dy$, இங்கு C என்பது xoy தளத்தில் $x = -1, x = 1, y = -1, y = 1$ என உருவான இன் வர்க்கமாகும்.

8. Show that, if S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, then $\iint_S r.ndS = 4\pi a^3$.

S என்பது கோளத்தின் மேற்பரப்பு $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ எனில், $\iint_S r.ndS = 4\pi a^3$ எனக் காட்டுக.

9. Prove that $E\Delta = \Delta E$.

$E\Delta = \Delta E$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

10. Prove that $E^{-1} = 1 - \nabla$.

$E^{-1} = 1 - \nabla$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

17. Solve $x(z^2-y^2)p+y(x^2-z^2)q=z(y^2-x^2)$.

$x(z^2-y^2)p+y(x^2-z^2)q=z(y^2-x^2)$ ஐத் தீர்க்கவும்.

18. Find the angle between the surface $x^2+y^2+z^2=9$, $z=x^2+y^2-3$ at the point $(2,-1,2)$.

$(2,-1,2)$ புள்ளியில் $x^2+y^2+z^2=9$, $z=x^2+y^2-3$ மேற்பரப்புக்கு இடையேயான கோணத்தைக் காண்க.

19. Verify Gauss divergence theorem for $\vec{f}=(x^3-yz)\vec{i}-2x^2y\vec{j}+2\vec{k}$ over the cube bounded by $x=0, y=0, z=0, x=a, y=a, z=a$.

$x=0, y=0, z=0, x=a, y=a, z=a$ ஆகிவற்றால் சூழப்பட்ட கனசதுரத்தின் மீது $\vec{f}=(x^3-yz)\vec{i}-2x^2y\vec{j}+2\vec{k}$ க்கான காஸ் விலகல் தேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்.

20. Use lagrange's formula to find y when $x=2$, given

x	0	3	5	6	8
y	276	460	414	343	110

கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையில் $x=2$ ஆக இருக்கும் போது y ஐக் கண்டுபிடிக்க. லாக்ராஞ்சின் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

x	0	3	5	6	8
y	276	460	414	343	110

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Show that

$$2^5\cos^6\theta=\cos 6\theta+6\cos 4\theta+15\cos 2\theta+10.$$

நிறுவுக:

$2^5\cos^6\theta=\cos 6\theta+6\cos 4\theta+15\cos 2\theta+10$

Or

(b) Express $\frac{\sin 7\theta}{\sin\theta}$ as a polynomial in $\cos\theta$.

$\frac{\sin 7\theta}{\sin\theta}$ ஐ $\cos\theta$ இல் ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையாக எழுதுக.

12. (a) Solve $p^2+q^2=npq$.

$p^2+q^2=npq$ ஐத் தீர்க்கவும்.

Or

(b) Solve $pz=1+q^2$.

$pz=1+q^2$ ஐத் தீர்க்கவும்.

13. (a) Find the unit vector normal to the surface $x^2+y^2+2z^2=4$ at the point $(1,1,1)$.

$(1,1,1)$ என்ற புள்ளியில் $x^2+y^2+2z^2=4$ பரப்பிற்குச் செங்குத்தான அலகுத் திசையனைக் காண்க.

Or

(b) If $\vec{F}=x^2y\vec{i}+y^2z\vec{j}+z^2x\vec{k}$, then find $curlcurl\vec{F}$.

$\vec{F}=x^2y\vec{i}+y^2z\vec{j}+z^2x\vec{k}$ எனில், $curlcurl\vec{F}$ ஐக் கண்டறியவும்.

14. (a) Evaluate $\int_C xy^2dy-x^2ydx$, where C is the cardioid $r=a(1+\cos\theta)$.

$\int_C xy^2dy-x^2ydx$. இங்கு C என்பது கார்டியோயிட் $r=a(1+\cos\theta)$ ஐ மதிப்பிடவும்.

Or

(b) Verify Green's theorem for $\int_C x^2(1+y)dx+(y^3+x^3)dy$, where C is the square formed by $x=-a, x=a, y=-a, y=a$.

$\int_C x^2(1+y)dx+(y^3+x^3)dy$க்கான கிரீன் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும், இங்கு C ஆனது $x=-a, x=a, y=-a, y=a$ என்ற சதுரத்தால் உருவாகிறது.

15. (a) Find the missing term of the following data

x	0	5	10	15	20	25
y	7	11	14	?	24	32

பின்வரும் தரவுகளின் விடுபட்ட சொல்லைக் கண்டறிக.

x	0	5	10	15	20	25
y	7	11	14	?	24	32

Or

(b) Find u_6, given that

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
25	25	22	18	15	15

u_6, ஐக் கண்டுபிடி:

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
25	25	22	18	15	15

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. If $\tan(\theta+i\phi)=x+iy$, then show that

(a) $x^2+y^2 2x\cot 2\theta=1$

(b) $x^2+y^2-2y\coth 2\phi=1$

$\tan(\theta+i\phi)=x+iy$ எனில், பின்வருவனவற்றை காட்டுக.

(அ) $x^2+y^2 2x\cot 2\theta=1$

(ஆ) $x^2+y^2-2y\coth 2\phi=1$